Döntési szituáció kiértékelése döntési fa segítségével

Feladat

Egy vállalkozó, aki virágot is termel, elhatározta, hogy a közeli nagyvárosban üzletet nyit. A virágüzlet beruházási költsége 5 millió Ft.

Úgy véli, hogy legjobb esetben a lakosság 10-12%-a fog virágot vásárolni. Közepesnek tekinti azt az esetet, ha a lakosság 3-10%-a vásárol, és végül rossznak minősíti azt az esetet, ha csak 3% vagy ennél kevesebb %-a vásárol.

Előzetes számítások alapján a legnagyobb kereset esetén évi 15 mFt nyereségre számíthat, közepes kereslet esetén 6 mFt-ra, és legrosszabb esetben nulla nyereségre. (Legrosszabb esetben csak a fenntartási ktg-ek térülnek m meg.)

A vállalkozó úgy gondolkodik, hogy csak akkor érdemes a;virágüzletet megnyitni, ha a beruházási költség a megnyitástól számított egy éven belül megtérül.,.

Az eddigi tapasztalatok alapján a vállalkozó a keresletekhez a következő valószínűségeket rendeli: 0,7, 0,1, 0,2.

Ha a vállalkozó körültekintően akar eljárni, úgy célszerű valamilyen előzetes felmérést végezni (pl. kísérleti árusítást). Igaz ugyan, hogy a kísérleti árusítás 2o.ooo Ft költséggel jár. A kísérleti árusítás eredményét úgy lehet mérni, hogy a felállított kis virágárus pult előtt elhaladó járókelők , hány %-a vásárol virágot.

Feladat

Csak két eseményt veszünk figyelembe: jónak tekintjük az eredményt, ha legalább minden negyedik ember vesz virágot és rossznak, ha ennél kevesebb.

A kísérlet kimeneteleinek valószínűségei (Z1, Z2) függnek a valóságos virágkereslettől (s1, s2, s3).

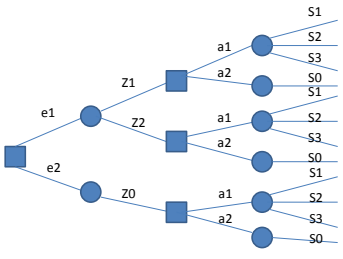
A vállalkozó megítélése szerint ezek a következők: $P(Z1|s1) = 0,9$, $P(Z2|s1) = 0,1$, $P(Z1|s2) = 0,6$, $P(Z2|s2) = 0,4$, $P(Z1|s3) = 0,2$, $P(Z2|s3) = 0,8$.

Kérdések:

Érdemes-e a kísérleti árusítást megpróbálni?

Nyissa meg a vállalkozó az üzletet, vagy ne?

Virágárus – Döntési fa



e1	Kísérleti árusítás (KÁ)
e2	Ø KÁ
Z1	Sikeres KÁ
Z2	Sikertelen KÁ
Z0	-
a1	Megnyitjuk
a2	Nem nyitjuk meg
S1	Sikeres
S2	Átlagos
S3	Rossz
S0	-

Valószínűségi elvek

- Egy véletlen A esemény valószínűsége (P(A)) egy valós szám, amelyre teljesül, hogy $0 \leq P(A) \leq 1$,
- A **biztos események** valószínűsége egy, azaz **P(H)=1.**
- **Független események**: egyik esemény bekövetkezésének valószínűsége sem befolyásolja a másik esemény bekövetkezési valószínűségét.
- **Összefüggő események**: Az egyik esemény bekövetkezése hatással van a másik esemény bekövetkezési valószínűségére.
- **A teljes valószínűség tétele**:

Ha a $B_1, B_2, ..., B_n$ események teljes rendszert alkotnak, akkor bármely A eseményre nézve

$$P(A)= P(A \mid B_1)\times P(B_1)+ P(A \mid B_2)\times P(B_2)+ \ldots + P(A \mid B_n)\times P(B_n).$$

Az események teljes rendszert alkotnak, ha

$$\sum_{i=1}^{n} B_i = H \quad \text{és} \quad B_i \cap B_j = 0 \quad i \neq j \text{ esetén.}$$

Valószínűségi elvek

Bayes-tétel

Gyakran nem az A esemény valószínűségére van szükségünk, hanem a $B_1, B_2, ..., B_n$ események feltételes valószínűségére, mégpedig az A-ra vonatkozó feltételes valószínűségére. Ez úgy értelmezhető, hogy az A bekövetkezését eleve feltételezzük, és valójában azt vizsgáljuk, hogy az egyes B_i események milyen szerepet játszottak az A létrejöttében.

Erre ad felvilágosítást a Bayes-tétel, amely a következő:

$$P(B_k \mid A)= \frac{P(A \mid B_k)\times P(B_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A \mid B_i)\times P(B_i)}$$

Vegyük észre, hogy a Bayes-tétel nem más, mint a feltételes valószínűségnek egy más kifejezésmódja, ez esetben a B_k esemény bekövetkezésének feltételes valószínűsége, adottnak véve A esemény bekövetkezését.

Döntési fa – valószínűségek meghatározása

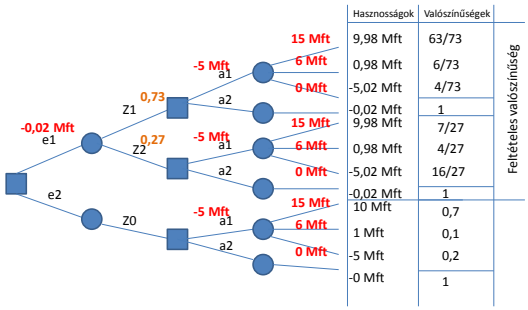
- P(S1)=0,7; P(S2)=0,1; P(S3)=0,2
- P(Z1|S1)=0,9 P(Z1|S2)=0,6 P(Z1|S3)=0,2
- P(Z2|S1)=0,1 P(Z2|S2)=0,4 P(Z2|S3)=0,8
- Bayes és a teljes valószínűség tétele alapján
- P(Z1)=P(S1)*P(Z1|S1)+P(S2)*P(Z1|S2)+P(S3)*P(Z1|S3)
- P(Z1)=0,7*0,9+0,1*0,6+0,2*0,2=0,63+0,06+0,04=0,73
- P(Z2)=P(S1)*P(Z2|S1)+P(S2)*P(Z2|S2)+P(S3)*P(Z2|S3)
- P(Z2)=0,7*0,1+0,1*0,4+0,2*0,8=0,07+0,04+0,16=0,27

Döntési fa – valószínűségek meghatározása

- P(Z1)=0,73; P(Z2)=0,27;
- P(Z1|S1)*P(S1)=0,63; P(Z1|S2)*P(S2)=0,06; P(Z1|S3)*P(S3)=0,04
- P(Z2|S1)*P(S1)=0,07; P(Z2|S2)*P(S2)=0,04; P(Z2|S3)*P(S3)=0,16
- Valószínűségek Z1 bekövetkezésének esetén:
- P(S1)=63/73; P(S2)=6/73; P(S3)=4/73

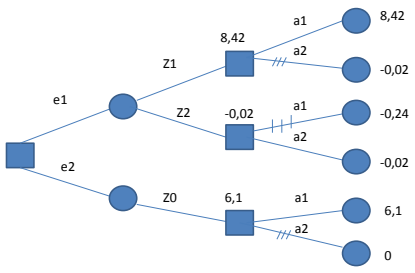
- Valószínűségek Z2 bekövetkezésének esetén:
- P(S1)=7/27; P(S2)=4/27; P(S3)=16/27

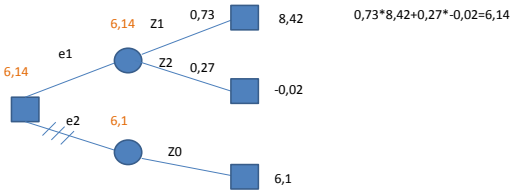
Virágárus – Döntési fa



Döntési fa kiértékelése

- Bizonytalanság megszüntetése
  - Az ágakhoz rendelt hasznosságokat a valószínűségekkel súlyozzuk.
  - Z1 ág „megnyit” esetén:
  - P(S1)=63/73 S1=9,98; P(S2)=4/73 S2=0,98; P(S3)=6/73 S3=-5,02
  - Hasznosság értéke: 63/73*9,98 + 6/73*0,98 + 4/73*(-5,02)=8,42
  - A többi ág esetén is így számolunk tovább
  - Döntési helyzetben mindig a nagyobb hasznosság alapján döntünk!





Válaszok

- Érdemes-e a kísérleti árusítást megpróbálni?
  - Igen érdemes, hiszen nagyobb hasznosság várható azon az ágon.
- Nyissa meg a vállalkozó az üzletet, vagy ne?
  - Ha sikeres a kísérleti árusítás, akkor igen, ha nem sikeres akkor nem. Ha nem csinál kísérleti árusítást, akkor is nyissa meg.